

**Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение
высшего образования
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ
ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»
(Финансовый университет)**

**Департамент математики
Факультета информационных технологий и анализа больших данных**

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной и
методической работе

_____ Е.А. Каменева
25.04.2023 г.

Путко Б.А.

**Дискретные модели финансового рынка и процессов
управления активами**

Рабочая программа дисциплины

для студентов, обучающихся
по направлению подготовки 01.03.02 -Прикладная математика и информатика,
ОП «Прикладная математика и информатика»
(Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах)

*Рекомендовано Ученым советом
Факультета информационных технологий и анализа больших данных
(протокол № 31 от 18.04.2023 г.)*

*Одобрено Советом учебно-научного Департамента математики
(протокол № 14 от 13.03.2023 г.)*

Москва 2023

СОДЕРЖАНИЕ

1. Наименование дисциплины.....	2
2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине.....	2
3. Место дисциплины в структуре образовательной программы.....	2
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся	3
5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий.....	3
5.1 Содержание дисциплины.....	3
5.2 Учебно-тематический план.....	4
5.3 Содержание семинаров, практических занятий.....	5
6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	6
6.1 Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы	6
6.2 Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю.....	6
7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.....	7
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.....	11
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.....	12
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	13
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем.....	13
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.....	14

1. Наименование дисциплины:

«Дискретные модели финансового рынка и процессов управления активами».

2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции
ПКП-1	Способность анализировать финансовую информацию, рассчитывать финансовые показатели, в том числе, в условиях неопределенности	1. Владеет методиками расчета финансовых показателей, в том числе в условиях неопределенности	Знать современные методы моделирования дискретных случайных процессов. Уметь выбирать эконометрический инструментарий для решения поставленных задач
		2. Рассчитывает и интерпретирует финансовые показатели на основе финансовой информации	Знать основные результаты новейших исследований, опубликованных в ведущих профессиональных журналах по проблемам финансового рынка. Уметь применять современный инструментарий математического моделирования в научных исследованиях.
		3. Анализирует финансовую информацию, представленную в различной форме, с использованием современного инструментария	Знать предметную область и принципы составления спецификаций моделей Уметь использовать программные средства для построения моделей и их адаптации в конкретной ситуации.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Дискретные модели финансового рынка и процессов управления активами» относится к Циклу профиля (элективный) Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах по направлению подготовки 01.03.02 - Прикладная математика и информатика, ОП «Прикладная математика и информатика».

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся.

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з./е. и часах)	Семестр 6 (в часах)
Общая трудоемкость дисциплины	3 з./е., 108 ч.	108
<i>Контактная работа - Аудиторные занятия</i>	34	34
Лекции	16	16
Семинары, практические занятия	18	18
<i>Самостоятельная работа</i>	74	74
Вид текущего контроля	Контрольная работа	Контрольная работа
Вид промежуточной аттестации	Зачет	Зачет

5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий

5.1. Содержание дисциплины

Раздел 1. Основные аспекты дискретного моделирования финансовых рынков.

1.1. Гипотеза эффективного рынка. Модели Самуэльсена и Башелье. Устранение трендов. Модели авторегрессии. GARCH-модели.

1.2. Случайные блуждания. Законы арксинуса.

1.3. Моделирование остатков. Обобщенные гиперболические распределения*. VaR, тест Купика.

1.4. Случайные блуждания. Законы арксинуса.

1.5. Моделирование остатков. Обобщенные гиперболические распределения*. VaR, тест Купика.

1.6. Моделирование совместных распределений. Копула-функции и их использование для моделирования.

Раздел 2. Дискретные модели ценообразования на финансовых рынках.

2.1. Основные положения арбитражной теории ценообразования. Определение справедливой (мартингальной) цены.

2.2. Биномиальная модель и ее использование в арбитражной теории ценообразования. Моделирование дефлятора. Модели Блэка-Дермана Тоия Хо-Ли*.

2.3. Моделирование цен европейского и американского опционов в биномиальной модели.

Раздел 3. Базовые стратегии управления активами.

3.1. Двухбарьерные стратегии. Уровни TP и SL. Достижение барьера при случайных блужданиях. Среднее время достижения барьера.

3.2. Безарбитражная цена производного актива при двухбарьерной стратегии. Цена бесконечного американского опциона при двухбарьерной стратегии.

3.3. Простейшие стратегии инвестора в TP-SL парадигме. Стратегия динамического SL-уровня.

5.2. Учебно-тематический план

№ п/ п	Наименование тем (разделов) дисциплины	Трудоёмкость в часах					Формы текущего контроля успеваемости
		Всего	Контактная работа- Аудиторная работа			Самостоя- тельная работа	
			Общая, в т.ч.:	Лекции	Семинары, практические занятия		
1	Основные аспекты дискретного моделирования финансовых рынков	36	12	6	6	24	Самостоя- тельные работы. Участие в решении задач на практиче- ских заня- тиях. Собеседова- ния по до- машним за- даниям.
2	Дискретные модели ценообразования на финансовых рынках	36	12	6	6	24	
3	Базовые стратегии управления активами	36	10	4	6	26	

	В целом по дисциплине	108	34	16	18	74	Согласно учебному плану: контрольная работа
	Итого в %		31	47	53	69	

5.3. Содержание семинаров, практических занятий

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарских, практических занятиях, рекомендуемые источники из разделов 8 (указывается раздел и порядковый номер источника)	Формы проведения занятий
Основные аспекты дискретного моделирования финансовых рынков	Модель случайных блужданий. Тренды при случайных блужданиях. Симметричные блуждания. Законы арксинуса. Среднее количество возвратов в нуль. <i>Рекомендуемые источники: 8.1, 8.3.</i> Обзор ценовых рядов и гистограмм доходностей на финансовых рынках. Некоррелированность доходностей и наличие корреляции модулей доходностей. Кластеризация волатильности. <i>Рекомендуемые источники: 8.2.</i>	Обсуждение теоретических вопросов. Решение задач. Занятие в компьютерном классе.
Дискретные модели ценообразования на финансовых рынках	Модели GARCH. Обучающая и экзаменующая выборки. Моделирование VaR. Тест Купика. <i>Рекомендуемые источники: 8.1, 8.3.</i> Копула-функции. Эмпирические копулы. Моделирование двумерных копул. Эллиптические и архимедовы копулы. <i>Рекомендуемые источники: 8.3.</i> Адаптированная биномиальная модель. Модель ценообразования американского опциона в биномиальной модели. <i>Рекомендуемые источники: 8.3.</i>	Обсуждение теоретических вопросов. Решение задач. Занятие в компьютерном классе.
Базовые стратегии управления активами	Достижение барьера при случайных блужданиях. Симметричная биномиальная модель случайных блужданий. Время достижения барьера. <i>Рекомендуемые источники: 8.1.</i> Безарбитражная цена актива в двухбарьерной модели при наличии значимого дефлятора. Цена бесконечного американского опциона в двухбарьерной модели. <i>Рекомендуемые источники: 8.1, 8.2.</i> Модель динамического барьера SL. Задача оптимизации инвестиционной стратегии в модели динамического барьера. Решение задачи оптимизации симплексным методом. <i>Рекомендуемые источники: 8.3.</i>	Обсуждение теоретических вопросов. Решение задач. Занятие в компьютерном классе.

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.

6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение	Формы внеаудиторной самостоятельной работы
Основные аспекты дискретного моделирования финансовых рынков	Обобщенные гиперболические распределения	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия.
Дискретные модели ценообразования на финансовых рынках	Модель Хо-Ли для моделирования дефлятора	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия.
Базовые стратегии управления активами	Модели с учетом комиссии брокера	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия.

6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Примерный вариант контрольной работы

Файл задания содержит ценовые ряды 14 ведущих активов, объем выборки- 2673 наблюдения.

Задание.

1. Перейти к доходностям, рассмотреть базовые статистические величины, провести тест на нормальность.

2. Смоделировать парное распределение в семействе обобщенных гиперболических распределений и с помощью копулы. Описать смысл полученных оценок параметров

3. Разделить выборку на обучающую и экзаменующую и по обучающей выборке составить портфель из двух активов с оптимальным значением VaR. Рассмотреть случай запрета на короткие позиции.

4. Смоделировать распределение доходностей полученного портфеля в семействе одномерных обобщенных гиперболических распределений.

5. С помощью статистики Купика проверить согласованность VaR смоделированного распределения и VaR экзаменующей выборки.

6. Построить портфель оптимальный в концепции риск-доходность при условии запрета на короткие позиции.

7. Найти цену европейского опциона при заданных атрибутах.

Критерии бальной оценки различных форм текущего контроля успеваемости содержится в соответствующих методических рекомендациях Департамента математики.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по данной дисциплине

Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения в процессе освоения образовательной программы содержится в разделе 2. **«Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине».**

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, знаний и умений

Наименование компетенции	Наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотношенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания
Способность анализировать финансовую информацию, рассчитывать финансовые показатели, в том числе, в условиях неопределенности – ПКП-1	1. Владеет методикой расчета финансовых показателей, в том числе в условиях неопределенности	Знать современные методы моделирования дискретных случайных процессов. Уметь выбирать эконометрический инструментарий для решения поставленных задач	1. По заданной выборке ценового процесса найти статистические характеристики, провести тест Шапиро-Уилка для сравнения с нормальным распределением. 2. Сравнить результаты непосредственного моделирования совместной доходности и моделирования с помощью копулы.
	2. Рассчитывает и интерпретирует финансовые показатели на основе финансовой информации	Знать основные результаты новейших исследований, опубликованных в ведущих профессиональных журналах по проблемам финансового рынка. Уметь применять современный инструментарий математического моделирования в научных исследованиях.	1. По заданной выборке подобрать инструментарий для моделирования основных показателей эффективности инвестирования. 2. По заданному файлу, содержащему ценовые ряды ведущих компаний, составить оптимальный портфель на заданном обучающем временном промежутке и протестировать модель на заданном экзаменуемом временном промежутке.
	3. Анализирует финансовую информацию, представленную в различной форме, с использованием современного инструментария	Знать предметную область и принципы составления спецификаций моделей Уметь использовать программные средства для построения моделей и их адаптации в конкретной ситуации.	1. По заданному отрезку временного ценового ряда смоделировать цену американского опциона в двухбарьерной модели. 2. Проиграть построенную модель методом Монте-Карло.

Примерные вопросы для подготовки к зачету

1. Ценовые случайные процессы. Прямые и логарифмические доходности.
2. Статистические свойства процессов краткосрочных доходностей. Острокоричневость, толстохвостость. Типичные соотношения между ожидаемой доходностью и волатильностью.
3. Принципы однопериодного моделирования. Стандартные параметрические семейства, используемые для краткосрочного моделирования.
4. Семейство обобщенных гиперболических распределений и его стандартные подсемейства.
5. Устойчивые распределения. Нормальное распределение и распределение Коши как стандартные «граничные» распределения.
6. Метод максимального правдоподобия как канонический метод подгонки параметров. Информационный критерий Акаике.
7. Многомерные распределения. Маргинальные распределения и «связи», сохраняющиеся при монотонных преобразованиях компонент случайного вектора.
8. Ранговые корреляции Спирмена и Кендалла.
9. Копула. Принцип моделирования многомерных распределений с помощью копул.
10. Нормальная копула и копула Стьюдента.
11. Архимедовы копулы.
12. Портфели активов. Доходность портфеля. Ожидаемая доходность и риск.
13. Концепция риск-доходность. Оптимальная граница. Параметризация оптимальной границы. Целевая функция Марковица. Структура оптимального портфеля.
14. Задача Шарпа. Целевая функция при наличии безрисковой ставки. Оптимальный портфель при наличии безрисковой ставки.
15. Коэффициент Шарпа. Оптимальная граница при наличии безрисковой ставки. Касательный портфель.

16. Модель CAPM. Рыночная линия. Недооцененные и переоцененные активы.

17. Однопериодная модель рынка в предположении конечного числа исходов (дискретная модель). Инвестиционная стратегия и портфель.

18. Определение точной арбитражной стратегии в однопериодной модели. Понятие «справедливой» цены в модели рынка. Безарбитражность. Критерий безарбитражности.

19. Биномиальная модель динамики базовых активов. Риск-нейтральные (мартингальные) вероятности в биномиальной модели.

20. Биномиальная модель безарбитражной цены европейского опциона колл. Цена европейского опциона пут и формула паритета опционов.

21. Американские опционы. Использование биномиальных моделей динамики цен базовых активов для моделирования цен американских опционов колл и пут.

22. Барьерные опционы. Использование биномиальных моделей динамики цен базовых активов для моделирования цен европейских и американских барьерных опционов.

23. Двухбарьерная стратегия для американского опциона. Расчет цены в биномиальной модели.

24. Двухбарьерная стратегия для американского опциона. Расчет цены в модели геометрического броуновского движения.

Примерные задания для подготовки к зачету

Используя приведенный файл данных, выполнить следующие задания.

1. Выбрать данные, соответствующие порядковому номеру
2. Перейти к доходностям.
3. Проверить гипотезу о нормальном распределении доходностей
4. Построить модельную копулу Стьюдента и пояснить значение оцененных параметров

5. Смоделировать двумерное распределение в семействе ОГР и пояснить значение полученных параметров
6. Разделить данные на обучающую и экзаменующую выборки и проверить гипотезу об однородности общей выборки
7. Построить портфель с оптимальным значением VaR по обучающей выборке при условии запрета на короткие позиции
8. Смоделировать построенный портфель в семействе ОГР, выбрать подсемейство по информационному критерию и найти VaR смоделированного распределения
9. Оценить ожидаемые доходности с помощью продолжения тренда
10. Построить оптимальный портфель в концепции риск-доходность (приняв толерантность к риску равной 0.025)

Дополнительно (не обязательно)

С помощью теста Купика проверить адекватность значения VaR в пп.7-8

Пакеты

Ghup, Copula

Функции (подробное описание – с помощью help)

ks.test, shapiro.test, fit.ghypuv, fit.ghypmv, stepAIC, quantile, lm, tCopula

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Бабайцев В. А. Математические методы финансового анализа: учебное пособие для вузов / В. А. Бабайцев, В. Б. Гисин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва: Юрайт, 2023. — 215 с. — (Высшее образование). - ЭБС Юрайт. — URL: <https://urait.ru/bcode/516100> (дата обращения: 06.03.2023). — Текст: электронный.

Дополнительная литература:

2. Математические методы в экономике и финансах: учебник / И.А. Александрова [и др.]; Финуниверситет; под ред. В.М. Гончаренко, В.Ю. Попова. - Москва: Кнорус, 2016. - 602 с. – Текст: непосредственный. – То же. – ЭБС BOOK.ru. - URL: <https://www.book.ru/book/920473> (дата обращения: 06.03.2023). - Текст: электронный.

3. Финансовая математика. Конспект лекций: учебное пособие / П. Н. Брусов, Т. В. Филатова, Н. П. Орехова. - Москва: КноРус, 2021. - 166 с. – ЭБС BOOK.ru. - URL: <https://book.ru/book/941551> (дата обращения: 06.03.2023). — Текст: электронный.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Образовательный портал Финансового университета.
2. Сайт департамента анализа данных, принятия решений и финансовых технологий
3. Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ) <http://elib.fa.ru/>
4. Электронно-библиотечная система BOOK.RU <http://www.book.ru>
5. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека ОН-ЛАЙН» <http://biblioclub.ru/>
6. Электронно-библиотечная система Znanium <http://www.znaniy.com>
7. Электронно-библиотечная система издательства «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
8. Электронно-библиотечная система издательства Проспект <http://ebs.prospekt.org/books>
9. Электронно-библиотечная система издательства Лань <https://e.lanbook.com/>
10. Деловая онлайн-библиотека Alpina Digital <http://lib.alpinadigital.ru/>
11. Электронная библиотека Издательского дома «Гребенников» <https://grebennikon.ru/>
12. Научная электронная библиотека eLibrary.ru <http://elibrary.ru>

13. Национальная электронная библиотека <http://нэб.рф/>

14. Финансовая справочная система «Финансовый директор»
<http://www.1fd.ru/>

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Самостоятельная работа студентов проходит аудиторно и внеаудиторно. Организации самостоятельной работы служит учебно-тематический план изучения дисциплины. В этом плане указана тематика лекций, практических занятий, вопросы и задания для самостоятельного изучения.

Домашние задания следует выполнять регулярно при подготовке к практическим занятиям. В большинстве своем задания являются типовыми, и образцы их решения содержатся в рекомендованных пособиях, в материале лекций и практических занятий. Если то или иное задание вызвало затруднение, необходимо обратиться к преподавателю на консультации или ближайшем практическом занятии. Регулярность в выполнении домашних заданий — важный фактор освоения дисциплины. Даже небольшие отклонения от графика могут спровоцировать серьезное отставание и в дальнейшем — риск получения неудовлетворительных оценок в ходе текущей и промежуточной аттестации. Для выполнения домашних заданий следует завести отдельную тетрадь. Контроль выполнения домашних заданий осуществляется в ходе практических занятий в процессе выборочного собеседования.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем

11. 1. Комплект лицензионного программного обеспечения

1. Astra Linux, Libre Office.

2. Антивирус Kaspersky

11.2. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Информационно-правовая система «Гарант»
2. Информационно-правовая система «Консультант Плюс»
3. Электронная энциклопедия: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Wiki>
4. Система комплексного раскрытия информации «СКРИН» - <http://www.skrin.ru/>

11.3. Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации

- не используются

11.4. Программная среда R.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Практические занятия по дисциплине проходят в компьютерном классе.

Практические занятия по дисциплине проходят в компьютерном классе.